Einführung in die Mikroökonomie
Produktion und die Kosten der Produktion

Universität Erfurt

Wintersemester 07/08

Die Produktion: Wiederholung und Übung

- Bestimme die MRTS zur Produktionsfunktion $Q = 2K + 3L$.
- Angenommen, zur Produktion eines Autos werden 4 Räder (R) und ein Motor (M) benötigt. Die entsprechende Produktionsfunktion lautet:
  a) $Q = M + 4R$
  b) $Q = 4M + R$
  c) $Q = min(M, 0.25R)$
  d) $Q = min(4M, R)$

Skalenerträge – Beispiel Perfekte Subsitute

- Produktionsfunktion

$$Q = f(x_1, x_2) = a_1x_1 + a_2x_2$$

- Ver-k-fachung der Inputs:

$$\begin{aligned} f(kx_1, kx_2) &= ka_1x_1 + ka_2x_2 \\ &= k(a_1x_1 + a_2x_2) = kQ \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ konstante Skalenerträge

Skalenerträge – Beispiel Perfekte Komplemente

- Produktionsfunktion

$$Q = f(x_1, x_2) = min(a_1 x_1, a_2 x_2)$$

- Ver-k-fachung der Inputs:

$$\begin{aligned} f(kx_1, kx_2) &= min(ka_1 x_1, ka_2 x_2) \\ &= k \times min(a_1 x_1, a_2 x_2) = kQ \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ konstante Skalenerträge

Skalenerträge – Beispiel Cobb-Douglas

- Produktionsfunktion

$$Q = f(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b$$

- Ver-k-fachung der Inputs:

$$\begin{aligned} f(kx_1, kx_2) &= (kx_1)^a (kx_2)^b \\ &= k^a x_1^a k^b x_2^b \\ &= k^a k^b Q = k^{(a+b)} Q \end{aligned}$$

$a + b = 1 \Rightarrow$ konstante Skalenerträge

$a + b < 1 \Rightarrow$ fallende Skalenerträge

$a + b > 1 \Rightarrow$ steigende Skalenerträge

Die Produktion: Wiederholung und Übung

- Die Produktionsfunktion $Q = KL$ hat
  a) steigende Skalenerträge
  b) konstante Skalenerträge
  c) fallende Skalenerträge
- Die Produktionsfunktion $Q = 3K + 2L$ hat
  a) steigende Skalenerträge
  b) konstante Skalenerträge
  c) fallende Skalenerträge
- Betrachten Sie die folgende Cobb-Douglas-Technologie:
  $y = f(x_1, x_2) = x_1^{0,5} x_2^{0,6}$
  1. Berechnen Sie die Grenzprodukte der beiden Inputfaktoren. Zeigen Sie, dass es sich um abnehmende Grenzprodukte handelt.
  2. Berechnen Sie die Grenzrate der technischen Substitution.
  3. Welche Skalenerträge liegen bei dieser Technologie vor (steigende, konstante oder fallende)? Begründen Sie Ihre Antwort analytisch.

Die Kosten der Produktion – Übersicht

- Die Messung der Kosten: Welche Kosten sind von Bedeutung?
- Die kostenminimierende Inputwahl
- Die Kosten in der kurzen Frist
- Die Kosten in der langen Frist
- Langfristige und kurzfristige Kostenkurven

Produktionstechnologie

Die Produktionstechnologie misst die Beziehung zwischen dem Input und dem Output.

- Bei einer bestimmten Produktionstechnologie müssen die Manager entscheiden, wie produziert werden soll.
- Um das optimale Produktionsniveau und die Inputkombinationen zu bestimmen, müssen wir die Maße der Produktionstechnologie (Einheiten von Input) in Kosten (von Inputs) umwandeln.

Ökonomische und buchhalterische Kosten

Die Messung der Kosten wirft die Frage auf:
Welche Kosten sind von Bedeutung?

- Buchhalterische Kosten: Tatsächliche Ausgaben plus Abschreibungsaufwand für Anlagegüter.
- Ökonomische Kosten: Einem Unternehmen aus der Nutzung ökonomischer Ressourcen in der Produktion entstehende Kosten, einschließlich der Opportunitätskosten.

Welche Kosten sind von Bedeutung?

Versunkene Kosten (Sunk Cost)

Versunkene Kosten sind bereits entstanden und können nicht rückgängig gemacht werden. Derartige Kosten sollten die Entscheidungen eines Unternehmens nicht beeinflussen.

Ein Beispiel

- Ein Unternehmen zahlt für eine Option auf den Kauf eines Gebäudes Euro 500.000.
- Der Preis des Gebäudes beträgt Euro 5 Millionen bzw. insgesamt Euro 5,5 Millionen.
- Das Unternehmen findet ein anderes Gebäude, das Euro 5,25 Millionen kostet.
- Welches Gebäude sollte das Unternehmen kaufen?

Welche Kosten sind von Bedeutung?

Opportunitätskosten

Versäumter Gewinn aus alternativen Möglichkeiten, die durch die Wahl einer bestimmten Verwendung der Ressourcen eines Unternehmens versäumt werden.

Ein Beispiel:

- Ein Unternehmen besitzt sein Gebäude und zahlt für Büroräume keine Miete.
- Bedeutet dies, dass die ökonomischen Kosten der Büroräume gleich null sind?

Die Kapitalnutzungskosten

Kapitalnutzungskosten

Die Kapitalnutzungskosten setzen sich zusammen aus dem Wertverlust (ökonomische Abschreibung) und den Opportunitätskosten des Kapitals (Verzinsung des eingesetzten Kapitals).

Beispiel:

- Delta kauft eine Boeing 737 für \$150 Millionen mit einer erwarteten Nutzungsdauer von 30 Jahren.
- Jährliche ökonomische Abschreibung = \$150 Millionen/30 = \$5 Millionen
- Zinssatz = 10%
- Kapitalnutzungskosten = \$5 Millionen + (0,10)(\$150 Millionen - Abschreibung)
- Jahr 1 = \$5 Millionen + (0,10)(\$150 Millionen) = \$20 Millionen
- Jahr 10 = \$5 Millionen + (0,10)(\$100 Millionen) = \$15 Millionen

Die Kapitalnutzungskosten

Die Kapitalnutzungskosten lassen sich als eine Rate pro Geldeinheit des eingesetzten Kapitals darstellen:

r = Abschreibungssatz + Zinssatz

Beispiel Fluggesellschaft:

- Abschreibungssatz = 1/30 = 3,33%/Jahr
- Zinssatz = 10%/Jahr
- Kapitalnutzungskosten r = 3,33 + 10 = 13,33%/Jahr

Die kostenminimierende Inputwahl

Betrachten wir eine Firma, die mithilfe zweier Inputs einen Output herstellt.

- Zwei Inputs: Arbeit (L) und Kapital (K)
- Kosten der Arbeit: Lohnsatz (w)
- Der Preis des Kapitals r = Abschreibungssatz + Zinssatz
- Die Produktionsfunktion sei $Q = f(L, K)$
- Das Kostenminimierungsproblem der Firma lautet also:

$$\min_{L,K>0} wL + rK \quad \text{u.d. NB } Q = f(L, K)$$

Die Isokostengerade

Isokostengerade: Eine Gerade, die alle Kombinationen von L und K (Inputs) zeigt, die zu den gleichen Gesamtkosten gekauft werden können.

$$C = wL + rK$$

Die Isokostengerade

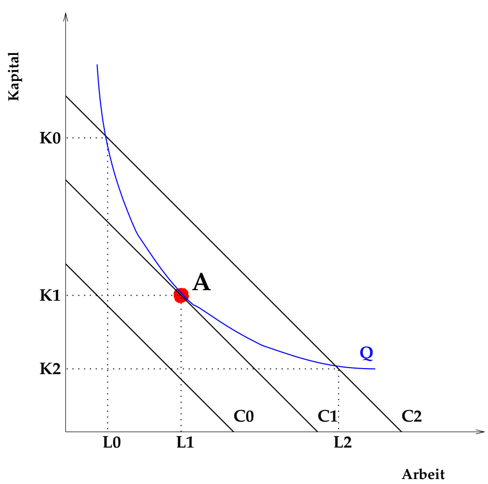
Schreiben wir die Kosten $C = wL + rK$ als Geradengleichung durch Auflösen nach dem Kapital K um, erhalten wir:

$$K = C/r - (w/r)L$$

$$\frac{\partial K}{\partial L} = -\frac{w}{r}$$

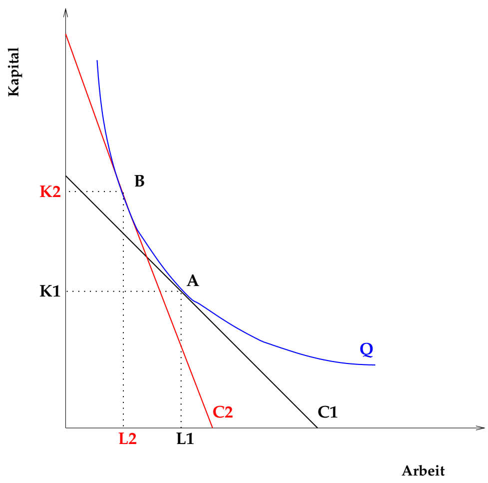
Die Steigung der Isokostengerade entspricht dem Verhältnis des Lohnsatzes zum Mietsatz des Kapitals. Dies gibt die Rate an, mit der Arbeit ohne Änderung der Kosten durch Kapital ersetzt werden kann.

Die Produktion eines bestimmten Outputs zu minimalen Kosten



- C_1, C_2, C_3 sind jeweils Iskostengeraden.
- Q ist eine Isoquante für den Output Q.
- Die Isokostenkurve C_1 stellt alle Kombinationen von K und L dar, die C_1 kosten.
- Auf der Isokostengerade C_2 kann die Menge Q mit der Kombination K_0, L_0 oder K_2, L_2 produziert werden Allerdings weisen diese beiden Kombinationen höhere Kosten auf als K_1, L_1.

Inputsubstitution bei Änderung eines Inputpreises



- Steigt der Preis der Arbeit wird die Isokostengerade auf der wir Q produzieren können aufgrund der Änderung der Steigung $-\frac{w}{r}$ steiler.
- Dies führt zu einer neuen Kombination von K und L zur Produktion von Q. Die Kombination B wird anstelle der Kombination A verwendet. Die neue Kombination stellt die höheren Kosten der Arbeit im Vergleich zum Kapital dar, folglich wird Arbeit durch Kapital ersetzt.

Isoquanten, Isokostengeraden und die Produktionsfunktion

$$\text{Steigung der Isoquante} = \frac{\Delta K}{\Delta L} = -\frac{MP_L}{MP_K} = -MRTS$$

$$\text{Steigung der Isokostengerade} = \frac{\Delta K}{\Delta L} = \frac{\partial K}{\partial L} = -\frac{w}{r}$$

$$\text{daraus folgt:} \quad -\frac{MP_L}{MP_K} = -\frac{w}{r}$$

$$MRTS = \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{w}{r} = \text{Preisverhältnis}$$

Die Inputkombination mit minimalen Kosten kann wie folgt beschrieben werden:

$$\frac{MP_L}{w} = \frac{MP_K}{r}$$

Die minimalen Kosten für einen bestimmten Output werden erreicht, wenn die Outputsteigerung durch einen zusätzlichen Euro, der für den Input ausgegeben wird, für alle Inputs gleich ist.

Die Kostenfunktion

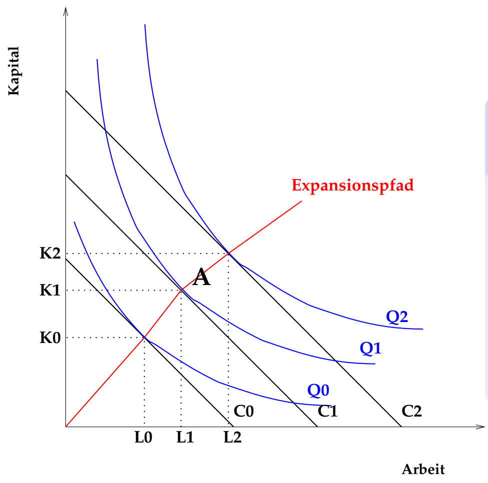
- Die kostenminimalen Inputmengen hängen von den Faktorpreisen und dem Outputniveau ab.

  Bsp.: $(L^\star(w,r,Q), K^\star(w,r,Q))$

- Die Kostenfunktion bewertet die kostenminimalen Inputmengen mit ihren Faktorpreisen:

  $$C(w,r,Q) = wL^\star(w,r,Q) + rK^\star(w,r,Q)$$

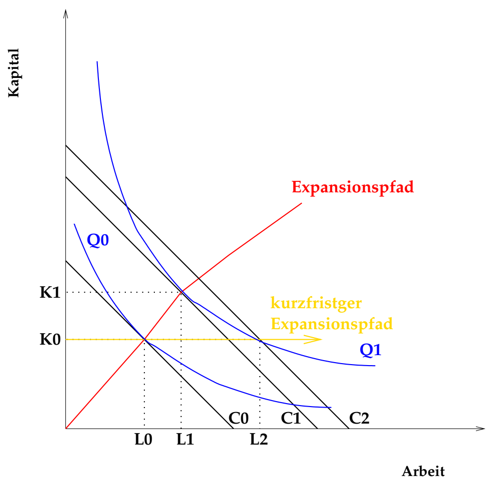
Die Kostenminimierung bei veränderlichen Produktionsniveaus



Der Expansionspfad eines Unternehmens

Der Expansionspfad stellt die kostengünstigsten Kombinationen von Arbeit und Kapital dar, die langfristig zur Produktion jedes Produktionsniveaus eingesetzt werden können.

Die Inflexibilität der kurzfristigen Produktion



Der langfristige Expansionspfad wird wie zuvor gezeichnet.
Kurzfristig ist (z.B.) der Kapitaleinsatz fix.

Welche Kosten sind von Bedeutung?

Fixe Kosten

Fixe Kosten ändern sich nicht mit dem Produktionsniveau. Es handelt sich um Kosten, die von einem Unternehmen, das im Geschäft ist, unabhängig vom Produktionsniveau gezahlt werden müssen.

Variable Kosten

Variable Kosten ändern sich mit dem Produktionsniveau.

Fixe und variable Kosten in der Produktion

- Die Gesamtproduktionsmenge ist eine Funktion der variablen und der fixen Inputs.
- Folglich sind die Gesamtkosten (TC) der Produktion gleich den fixen Kosten (den Kosten der fixen Inputs, FC) plus den variablen Kosten (den Kosten der variablen Inputs, VC), bzw.

$$TC = FC + VC$$

Grenzkosten (MC)

Die Grenzkosten (MC) sind die Kosten der Erweiterung der Produktion um eine Einheit. Da die Fixkosten keine Auswirkungen auf die Grenzkosten haben, können diese wie folgt geschrieben werden:

$$MC = \frac{\partial TC}{\partial Q} = \frac{\partial VC}{\partial Q}$$

Durchschnittlichen Gesamtkosten (ATC)

Die durchschnittlichen Gesamtkosten (ATC) sind gleich den Kosten pro Einheit der Gütermenge bzw. den durchschnittlichen Fixkosten (AFC) plus den durchschnittlichen variablen Kosten (AVC). Dies kann wie folgt geschrieben werden:

$$\frac{TC}{Q} = \frac{FC}{Q} + \frac{VC}{Q}$$
$$ATC = AFC + AVC$$

Grenzprodukt und Grenzkosten in der kurzen Frist

Nehmen wir an, der Lohnsatz (w) ist fix im Verhältnis zur Anzahl der eingestellten Arbeitskräfte. Dann gilt:

$$MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \qquad VC = wL$$
$$\Delta VC = w\Delta L$$
$$MC = \frac{w\Delta L}{\Delta Q}$$
$$MP_L = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$$
$$\Delta L \text{ für eine Einheit } \Delta Q = \frac{\Delta L}{\Delta Q} = \frac{1}{MP_L}$$

Schlussendlich erhalten wir:

$$MC = \frac{w}{MP_L}$$

...und ein niedriges Grenzprodukt (MP) führt zu hohen Grenzkosten (MC) und umgekehrt.